

Critérios de Falha

Os elementos estruturais e os componentes de máquinas são projetados de modo que o material que os compõem, sendo material dúctil, não venha a escoar pela ação dos carregamentos esperados. Dessa forma quando o engenheiro precisa elaborar um projeto com um determinado material, o mesmo deve estabelecer um limite superior para o estado de tensão que defina a falha do material. Se o material for dúctil, geralmente a falha será especificada pelo início do escoamento; se o material for frágil, ela será especificada pela fratura.

Esses modos de falha são prontamente definidos se o elemento estiver submetido a um estado de tensão uniaxial, como no caso de tensão simples; Caso o elemento esteja submetido a estados de tensão biaxial ou triaxial, o critério para ruptura fica mais difícil de estabelecer.

Na prática da Engenharia estudam-se quatro teorias para prever a ruptura de um material submetido a um estado multiaxial de tensões. Utilizam-se estas teorias para se calcular as tensões admissíveis descritas em muitas normas de projeto.

Materiais Dúcteis

Teoria da Tensão de Cisalhamento Máxima ou Critério do Escoamento de Tresca

O caso mais comum de escoamento de um material dúctil, como o aço, é o deslizamento que ocorre ao longo dos planos de contato dos cristais que, aleatoriamente ordenados, formam o próprio material. Esse deslizamento deve-se a tensão de cisalhamento e, se fizermos um corpo de prova com uma tira fina altamente polida e a submetemos a um ensaio de tração simples poderá ser visto como a tensão provoca o escoamento do material como está no esboço da Figura 1.

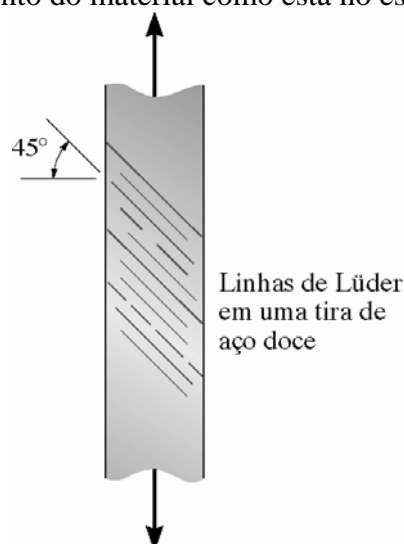


Figura1 - Escoamento do aço.

As linhas apresentadas na Figura 1 mostram claramente os planos de deslizamento, que ocorrem a aproximadamente 45° do eixo da tira.

Considerando-se um elemento do material tirado de um corpo de prova para um ensaio de tração, submetido apenas ao limite de escoamento σ_E , como apresenta a Figura 2.a. A tensão de cisalhamento máxima é determinada a partir do círculo de Mohr apresentado na Figura 2.b. Dessa forma tem-se.

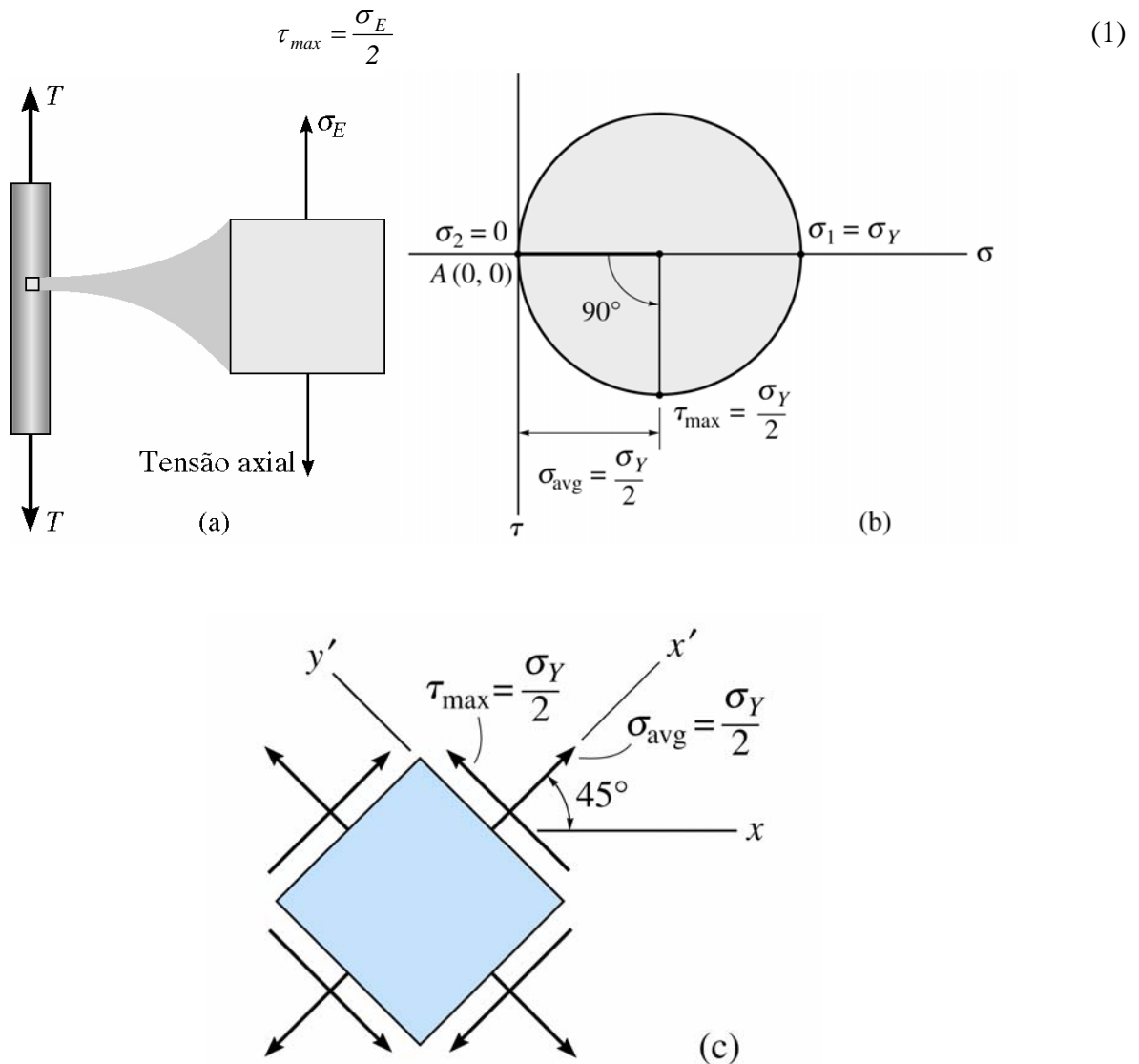


Figura 2 - Elemento de um material tirado de um corpo de prova.

A tensão de cisalhamento atua no planos a 45° a partir dos planos de tensão principal como está apresentado na Figura 2.c. Esses planos coincidem com as direções das linhas de Lüder, indicando que a ruptura ocorre por cisalhamento

Utilizando a idéia de que os materiais Dúcteis falham por cisalhamento, Henri Tresca propôs em 1868 a sua teoria que é usada para prever a tensão de falha de um material dúctil submetido a qualquer tipo de carregamento.

O escoamento do material começa quando a tensão de cisalhamento máxima absoluta atinge o valor da tensão de cisalhamento que provoca escoamento do material quando ele está submetido apenas à tensão axial.

Para evitar a falha tem-se que:

$$\tau_{max\ abs} \leq \frac{\sigma_E}{2} \tag{2}$$

Onde σ_E é determinada por um teste de tração simples.

Para o estudo e aplicações é necessário colocar a tensão de cisalhamento em função das tensões principais. Lembrando que, quando a tensão principal fora do plano é nula. Se as duas tensões principais no plano tiverem o mesmo sinal, ou seja, se ambas forem de tração ou compressão, então a falha ocorrerá fora do plano e assim tem-se:

$$\tau_{\max_{abs}} = \frac{\sigma_{\max}}{2} \quad (3)$$

Caso as tensões principais tenham sinais opostos, então a falha ocorrerá no plano e sabe-se que:

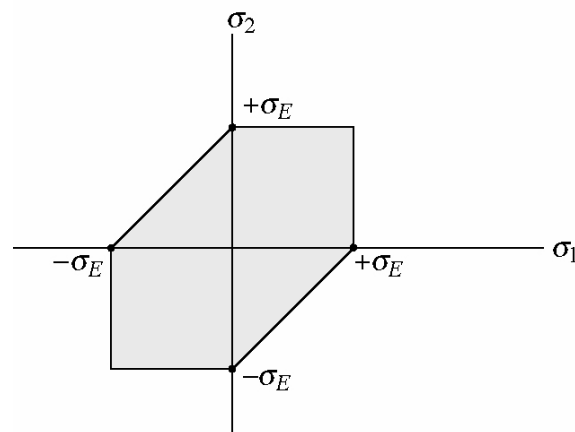
$$\tau_{\max_{abs}} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad (4)$$

A partir das equações (1), (3) e (4), a teoria da tensão de cisalhamento máxima para o estado plano de tensões pode ser expressa para quaisquer tensões principais no plano como σ_1 e σ_2 de acordo com o seguinte critério:

$$\left. \begin{array}{l} |\sigma_1| = \sigma_E \\ |\sigma_2| = \sigma_E \end{array} \right\} \sigma_1 \text{ e } \sigma_2 \text{ tem sinais iguais} \quad (5)$$

$$\left. \begin{array}{l} |\sigma_1 - \sigma_2| = \sigma_E \end{array} \right\} \sigma_1 \text{ e } \sigma_2 \text{ tem sinais opostos}$$

Um gráfico dessas equações é apresentado na Figura 3.



Teoria da tensão de cisalhamento máxima

Figura 3- Critério de Tresca

Se qualquer ponto do material estiver sujeito a um estado plano de tensões e suas tensões principais no plano forem representadas pelas coordenadas $(\sigma_1 \text{ e } \sigma_2)$ marcadas no limite ou fora da área hexagonal sombreada, o material escoará no ponto e ocorrerá falha.

Teoria da Energia de Distorção Máxima, Critério de Von Mises e H. Hencky

Um material quando deformado por uma carregamento externo tende a armazenar energia internamente em todo o seu volume. A energia por unidade de volume do material é chamada densidade de energia de deformação e, se ele estiver sujeito a uma tensão uniaxial, σ , essa densidade é escrita como:

$$u = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon \quad (6)$$

Este critério de falha é baseado nas distorções provocadas pela energia de deformação. A densidade de energia de deformação em um elemento de volume do material submetido às três tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 , como na Figura 4.a é dada por:

$$u = \frac{1}{2}\sigma_1\varepsilon_1 + \frac{1}{2}\sigma_2\varepsilon_2 + \frac{1}{2}\sigma_3\varepsilon_3 \quad (7)$$

Se o material se comporta de maneira linear elástica a lei de Hooke se aplica. Portanto, substituindo a equação

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E}[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E}[\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E}[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \end{aligned} \quad (8)$$

Na equação (7) e simplificando obtemos

$$u = \frac{1}{2E}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_3\sigma_2)] \quad (9)$$

Essa densidade de energia de deformação é considerada a soma de duas partes, uma das quais representa a energia necessária para provocar uma mudança de volume do elemento sem mudar a sua forma; e a outra, a energia necessária para distorcer o elemento. Especificamente a energia armazenada no elemento como resultado da sua mudança de volume é provocada pela aplicação da tensão principal média, $\sigma_{med} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$, uma vez que essa tensão provoca deformações principais iguais no material, como apresenta a Figura 4.b.

A parte restante da tensão, $(\sigma_1 - \sigma_{med})$, $(\sigma_2 - \sigma_{med})$ e $(\sigma_3 - \sigma_{med})$, provoca a energia de distorção como apresenta a Figura 4.c.

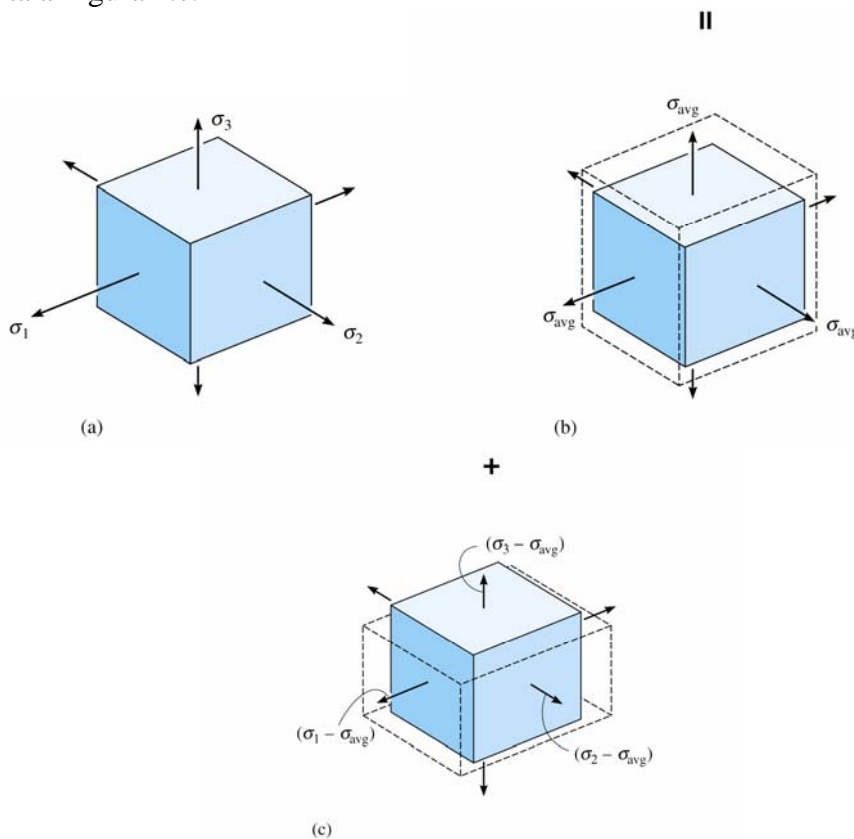


Figura 4 – Deformação de um elemento de volume do material. $\sigma_{avg} = \sigma_{med}$.

Experimentos demonstram que os materiais não escoam quando submetidos a uma tensão uniforme(hidroestática), tal como a σ_{med} . Com base nisso, em 1904, M. Huber propôs que ocorre escoamento em um material dúctil, quando a energia de distorção por unidade de volume do material é igual ou maior que a energia de distorção por unidade de volume do mesmo material quando ele é submetido a escoamento em um teste de tração simples.

Substituindo-se σ_1 , σ_2 e σ_3 por $(\sigma_1 - \sigma_{med})$, $(\sigma_2 - \sigma_{med})$ e $(\sigma_3 - \sigma_{med})$, respectivamente, na equação (9) teremos o seguinte resultado:

$$u_d = \frac{1+\nu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (10)$$

No caso do estado plano de tensões, $\sigma_3 = 0$ e assim,

$$u_d = \frac{1+\nu}{3E} [\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + (\sigma_2)^2] \quad (11)$$

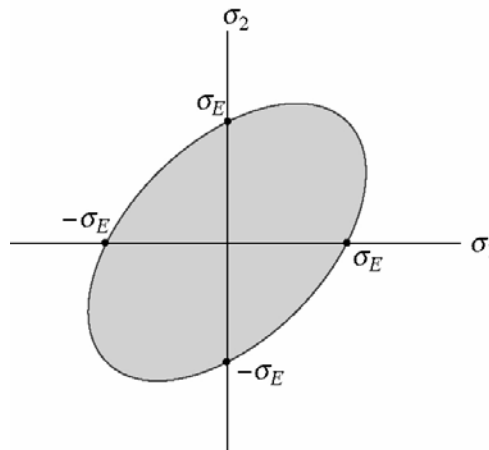
Em um teste de tração uniaxial, $\sigma_1 = \sigma_E$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ e assim:

$$(u_d)_E = \frac{1+\nu}{3E} \sigma_E^2 \quad (12)$$

Como a teoria da energia de distorção máxima requer que $u_d = (u_d)_E$, então temos que

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_E^2 \quad (13)$$

A equação (13) está representada graficamente através da curva da Figura 5



Teoria da energia de distorção máxima
Figura 5 – Critério de Von Mises.

Caso um ponto do material estiver tracionado de tal forma que a coordenada da tensão (σ_1, σ_2) esteja posicionada no limite ou fora da área sombreada, diz-se que o material falhou. A comparação dos dois critérios é apresentada na Figura 6.

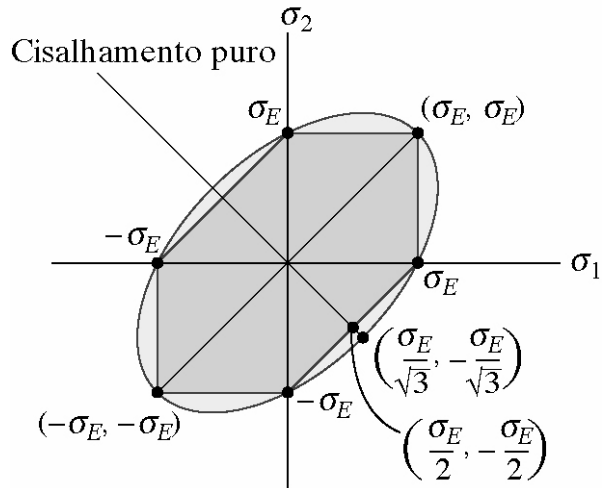


Figura 6 – Comparação entre os métodos.

As duas teorias levam os mesmos resultados quando as tensões principais são iguais.

E se o material estiver sujeito a cisalhamento puro como a Figura 7?.

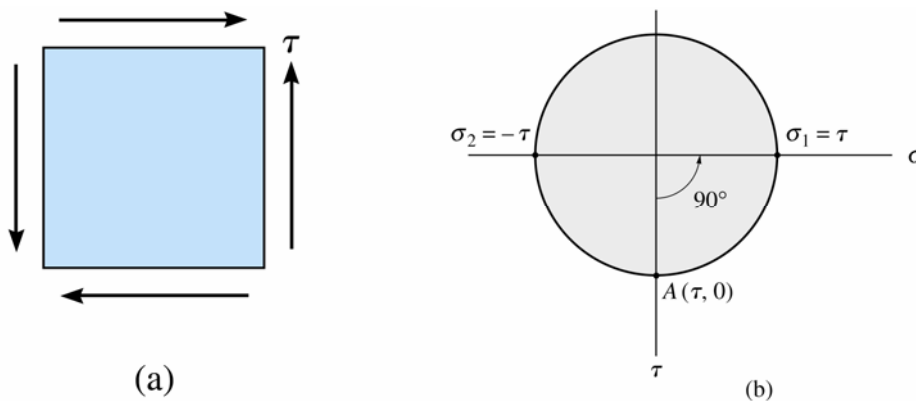


Figura 7- Material sujeito a cisalhamento puro.

Materiais Frágeis

Teoria da tensão normal máxima – W. Rankine - 1800

Materiais frágeis tendem a falhar subitamente por fratura sem escoamento aparente. Em um teste de tração, a fratura ocorre quando a tensão normal atinge o limite de resistência, σ_r , como apresenta a Figura 8a.

Em um ensaio de torção a fratura ocorre devido à tensão de tração máxima, uma vez que o plano de fratura do elemento está a 45° em relação à direção do cisalhamento, como apresenta a Figura 8.b. A superfície da fratura é helicoidal.

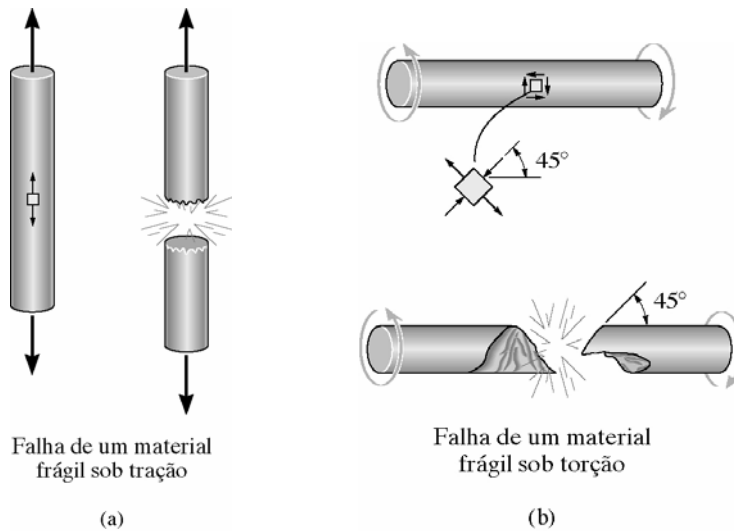


Figura 8 –Falha de materiais frágeis.

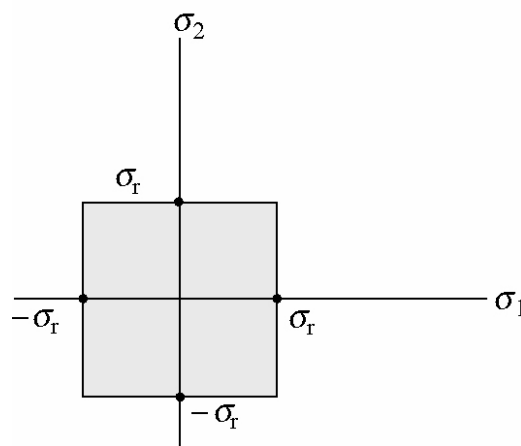
Através de experimentos se chegou a conclusão que a tensão de tração necessária para fraturar um corpo de prova em um teste de torção é aproximadamente a mesma necessária para fraturar um corpo de prova sob tração simples.

A teoria da tensão normal máxima estabelece que um material frágil falha quando a tensão principal máxima σ_1 atinge um valor limite igual ao limite de resistência que o material suporta quando submetido a tração simples.

Caso o material esteja submetido ao estado plano de tensões tem-se que:

$$\begin{aligned} |\sigma_1| &= \sigma_r \\ |\sigma_2| &= \sigma_r \end{aligned} \tag{14}$$

A eq. (14) apresenta-se graficamente na Figura 9. Através da Figura 9, verifica-se que se a coordenada da tensão (σ_1, σ_2) em um ponto do material caia no limite ou fora da área sombreada, supõe-se que o material sofrerá fratura. Essa teoria é válida para materiais frágeis cujos diagramas tensão-deformação sejam similares tanto sob tração quanto sobre compressão.



Teoria da tensão normal máxima
Figura 9- Teoria da tensão normal máxima

Critério de Falha de Mohr

Aplicada a materiais frágeis onde as propriedades de tração e compressão são diferentes.

Usa-se um critério baseado no círculo de Mohr para prever a falha do material.

Passos para se aplicar o critério de falha de Mohr

- 1- Executam-se três ensaios no material, um ensaio de tração uniaxial, um de compressão uniaxial que são usados para se determinar os limites de resistência a tração e a compressão $(\sigma_r)_t$ e $(\sigma_r)_c$, respectivamente.
- 2- Executa-se um ensaio de torção para determinar o limite de resistência ao cisalhamento, τ_r , do material.
- 3- O círculo de Mohr é construído para cada uma dessas condições de tensão como apresenta a Figura 10.

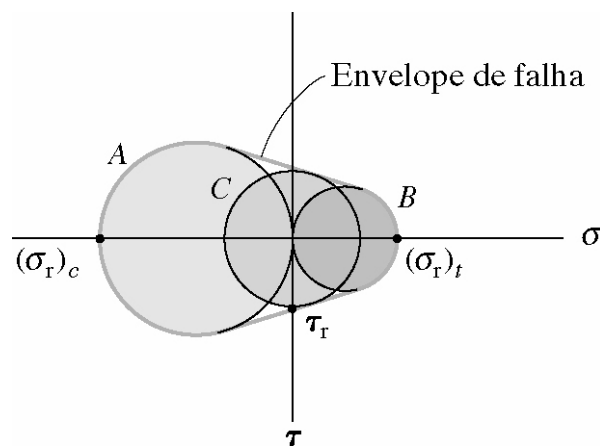
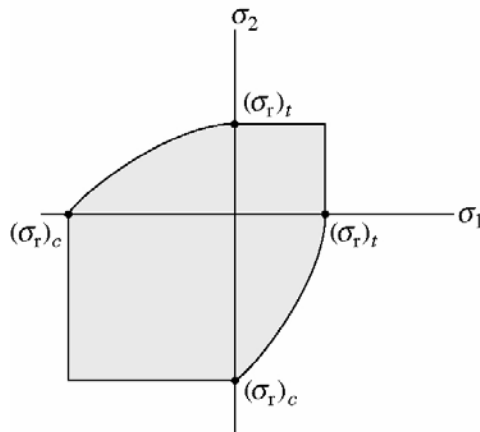


Figura 10- Critério de falha de Mohr

O círculo A representa a condição de tensão $\sigma_1 = \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -(\sigma_r)_c$, O círculo B representa a condição de tensão $\sigma_1 = (\sigma_r)_t, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$ e o Círculo C representa a condição de cisalhamento puro provocada por τ_r , os três círculos estão contidos em um envelope de falha indicado pela curva extrapolada desenhada tangencialmente a eles.

- 4- Caso o estado plano de tensões em determinado ponto seja representado por um círculo contido dentro do envelope, diz-se que o material não falhará. Se o círculo tiver um ponto de tangencia com o envelope ou se estender além deste, então ocorrerá falha.
- 5- Representa-se o critério de outra forma como apresentado na Figura 11, que seria o gráfico das tensões principais, σ_1 e σ_2 ($\sigma_3 = 0$). A falha ocorre quando o valor absoluto de qualquer uma das tensões principais atinge um valor maior ou igual que $(\sigma_r)_t$ ou $(\sigma_r)_c$, ou em geral se o estado de tensão em um ponto é definido pela coordenada da tensão (σ_1, σ_2) , localizada no limite ou fora da área sombreada.



Critério de falha de Mohr
 Figura 11- Critério de falha de Mohr.

A utilidade deste critério é bastante limitada. A fratura por tração ocorre repentinamente e seu início depende das concentrações de tensão desenvolvidas em imperfeições microscópicas do material, tais como inclusões ou vazios, entalhes na superfície e pequenas trincas. Essas irregularidades variam de corpo de prova para corpo de prova e assim torna-se difícil definir a falha com base em um único teste. Nota-se também que trincas e irregularidades tendem a se fechar quando o corpo de prova é comprimido e, portanto, não constituem pontos de falha como ocorreria se o corpo-de-prova fosse submetido a tração.

Exercícios:

1- O eixo maciço de ferro fundido mostrado na Figura 12 está sujeito ao torque $T = 400 \text{ lb} \cdot \text{pés}$. Determinar o menor raio de modo que não ocorra falha, de acordo com a teoria da tensão normal máxima. Um corpo-de-prova de ferro fundido, testado sob tração, tem limite de resistência $(\sigma_r)_t = 20 \text{ ksi}$.

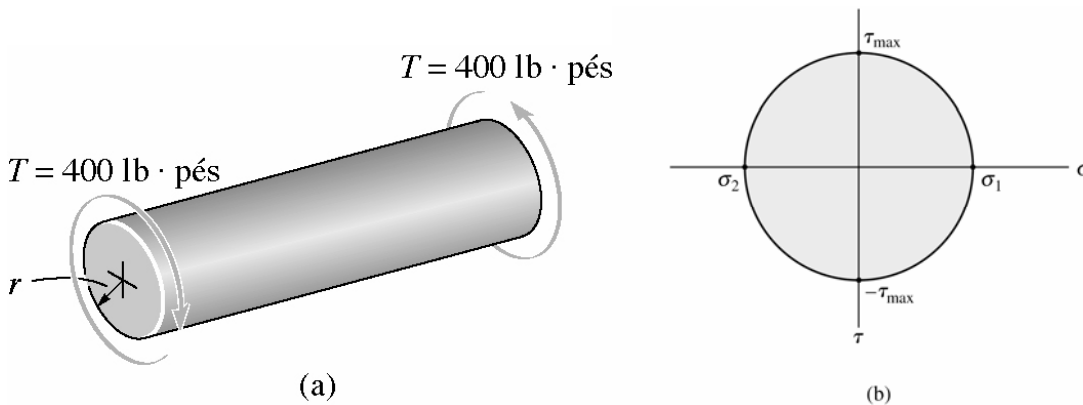


Figura 12- Eixo maciço de ferro.

Resposta: $r = 0,535 \text{ in.}$

2- O tubo de aço apresentado na Figura 13 tem diâmetro interno de 60 mm e diâmetro externo de 80 mm. Supondo que esteja sujeito a um momento de torção de 8 kN.m e a um momento fletor de 3,5 kN . m, determinar se essas cargas provocam a falha definida pela teoria da energia de distorção máxima. O limite de escoamento encontrado em um teste de tração é $\sigma_E = 250 MPa$.

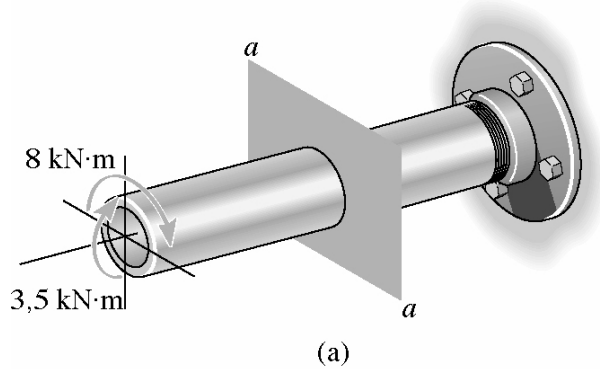


Figura 13- Tubo de aço

Resposta: O critério é satisfeito e de acordo com a teoria da energia de distorção máxima o material do tubo não escoará.

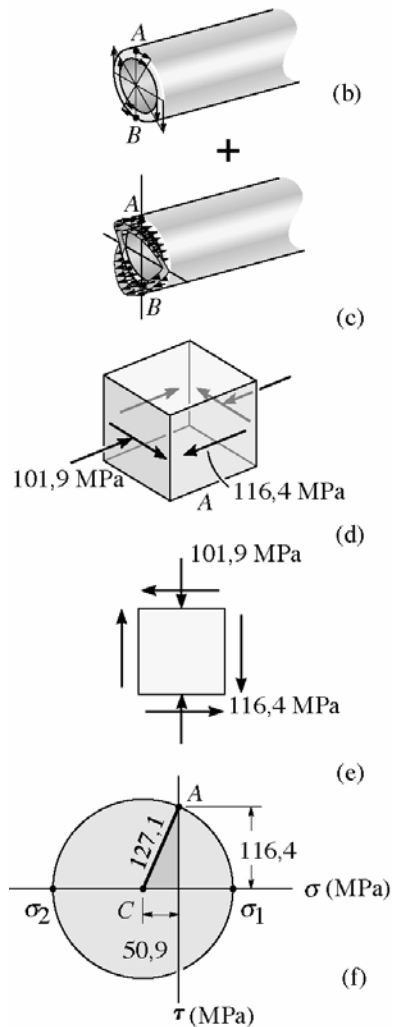


Figura 13- Tubo de aço (Solução).

3- O eixo maciço apresentado na Figura 14 tem raio 0,5 in. e é feito de aço com limite de escoamento $\sigma_E = 36 \text{ ksi}$. Determinar se o carregamento provocará sua falha, de acordo com a teoria da tensão de cisalhamento máxima e a teoria da energia de distorção máxima.

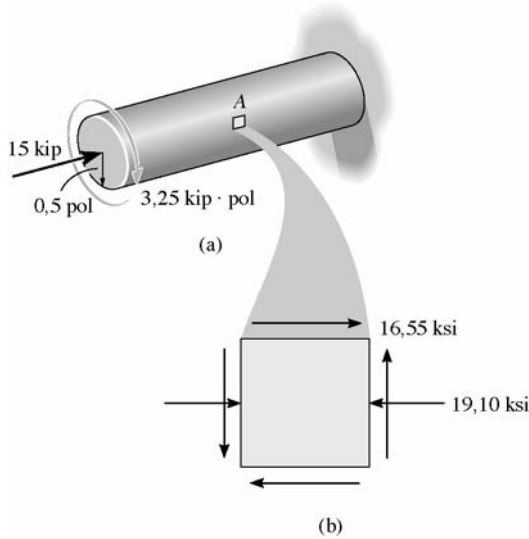


Figura 14 – Eixo maciço.

Resposta: Teoria da tensão de cisalhamento máxima: ocorrerá falha do material por cisalhamento. Teoria da energia de distorção máxima: Não ocorrerá falha segundo essa teoria.

4- O estado plano de tensões em um ponto crítico é mostrado na Figura 15. Supondo que o limite de escoamento do aço seja $\sigma_E = 36 \text{ ksi}$, determinar se ocorrerá escoamento usando a teoria da energia de distorção máxima.

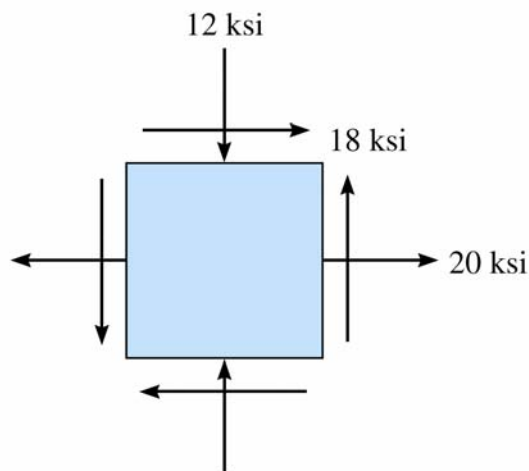


Figura 15 – Problema 4 e 5

Resposta: Ocorrerá escoamento.

5 – Resolver o problema 4 usando a teoria da tensão de cisalhamento máxima.

Resposta: Ocorrerá escoamento.

Referências

- | |
|--|
| 1. BEER, F.P. e JOHNSTON, JR., E.R. Resistência dos Materiais , 3.º Ed., Makron Books, 1995. |
| 2. Gere, J. M. <i>Mecânica dos Materiais</i> , Editora Thomson Learning |
| 3. HIBBELER, R.C. Resistência dos Materiais , 3.º Ed., Editora Livros Técnicos e Científicos, 2000. |

Observações:

- 1- O presente texto é baseado nas referências citadas.
- 2- Todas as figuras se encontram e são de autoria das referências citadas.