



Departamento de Matemática Aplicada
VS Cálculo II-B
Prof. Sérgio Almaraz - 14/01/2014

- **Não é permitido** sair da sala durante a prova nem usar calculadora.
- Respostas sem uma **justificava correta** não serão consideradas.

1. Seja $w(x, y) = \int_x^y e^{t^2} dt$.

(a) (1,0 pto) Calcule $\frac{\partial w}{\partial x}(9, 3)$ e $\frac{\partial w}{\partial y}(9, 3)$.

(b) (1,0 pto) Sejam $x = x(r, s) = rs^2$ e $y = y(r, s) = r^2s$. Calcule $\frac{\partial}{\partial r}w(x, y)$ no ponto $(r = 1, s = 3)$.

2. Considere o sistema

$$\begin{cases} u^2 - 2uy - xy = v + 1 \\ v^2 + 2x = y. \end{cases}$$

(a) (1.0 ponto) Mostre que esse sistema define implicitamente $(u(x, y), v(x, y)) = f(x, y)$ em uma vizinhança de $(x = -1, y = -1)$ tal que $f(-1, -1) = (1, 1)$.

(b) (1.0 ponto) Mostre que a Jacobiana $df_{(-1, -1)}$ de f no ponto $(-1, -1)$ vale

$$A = \begin{bmatrix} -1/2 & 3/8 \\ -1 & 1/2 \end{bmatrix}.$$

(c) (1.0 ponto) Calcule, usando uma função afim, um valor aproximado de $f(-1.02, -0.98)$.

3. Considere a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{\sqrt{x^4 + y^4}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

(a) (1.0 ponto) Mostre que f é contínua. Sugestão: observe que $\frac{x^2}{\sqrt{x^4 + y^4}} = \sqrt{\frac{x^4}{x^4 + y^4}}$.

(b) (1.0 ponto) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$.

(c) (1.0 ponto) Mostre que f não é diferenciável em $(0, 0)$.

4. Considere a função $f(x, y) = x^2 - y^2$.

(a) (1.0 ponto) Determine os pontos críticos de f no aberto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + 4y^2 < 4\}$ e classifique-os como máximo local, mínimo local ou ponto de sela.

(b) (1.0 ponto) Determine os máximos e mínimos de f no compacto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + 4y^2 \leq 4\}$.