VR de Cálculo II B (2014-2)

GMA - Departamento de Matemática Aplicada
Professor Sérgio Almaraz

Turma K1 - 27/11/2014

Questão	Pontos	Notas
1	30	
2	20	
3	30	
4	20	
Total	100	

Não é permitido sair da sala durante a prova nem usar calculadora.
Respostas sem uma **justificava correta** não serão consideradas.

Nome:____

Questão 1 (30 pontos)

Considere a função

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}(x^2-y^2)}{x+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0)\,, \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0)\,. \end{cases}$$

(a) Decida se f é contínua em $(0,0)$.

(b) Calcule as derivadas parciais $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$.

(c) Decida se f é diferenciável em $(0,0)$.

Questão 2 (20 pontos)

Seja $F(x,y) = (\mathrm{e}^{\mathrm{x+y}}, \mathrm{e}^{\mathrm{x-y}})$ com domínio $\mathbb{R}^2$.

(a) Mostre que F admite inversa numa vizinhança de qualquer $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.

(b) Determine $(DF^{-1})_{F(-1,-1)}$.

Questão 3 (30 pontos)

(a) Considere a curva $\gamma(t) = (\alpha(t), \beta(t))$, com $\gamma(0) = (1,2)$, e a função $f(x,y) = x^3y^3 - xy$. Suponha que $\gamma'(0) \neq (0,0)$ e que $f \circ \gamma(t) = 6$ para todo $t \in D_\gamma$. Determine a equação paramétrica da reta tangente a γ em $(1,2)$.

(b) Determine a equação do plano que passa pelos pontos $(1,1,2)$ e $(-1,1,1)$ e é tangente ao gráfico de $f(x,y) = xy$.

Questão 4 (20 pontos)

(a) Suponha que $T(x,y) = 4 - x^2 - y^2$ represente uma distribuição de temperatura no plano. Seja $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 |\ x \geq 0,\ y \geq x \text{ e } 2y + x \leq 4\}$. Determine o ponto de A de menor temperatura.

(b) Dê exemplo de uma função contínua num conjunto limitado $B \subset \mathbb{R}^2$ que não assuma valor máximo em B. Escreva explicitamente $f(x,y)$ e B.