

Turma K1 - 18/11/2014

Questão	Pontos	Notas
1	30	
2	25	
3	20	
4	25	
Total	100	

Não é permitido sair da sala durante a prova nem usar calculadora.
 Respostas sem uma **justificava correta** não serão consideradas.

Nome: _____

Questão 1 (30 pontos)

Considere a função $f(x, y) = xy$.

- Determine os pontos críticos de f no aberto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + 4y^2 < 4\}$ e classifique-os como máximo local, mínimo local ou ponto de sela.
- Determine os máximos e mínimos de f no compacto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + 4y^2 \leq 4\}$.

Questão 2 (25 pontos)

Seja $f : D_f \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ uma função de classe C^1 e considere $Df_{(p_1, p_2)} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ a sua Jacobiana no ponto $(p_1, p_2) \in D_f$. Suponha que $a \neq 0$ e $d \neq 0$ e que os vetores (a, b) e (c, d) sejam ortogonais entre si.

- Mostre que f admite uma inversa f^{-1} em uma vizinhança de (p_1, p_2) .
- Determine (em função de $a, b, c, d, p_1, p_2, q_1$, e q_2) a função afim que melhor aproxima $f^{-1}(x, y)$ para (x, y) próximo de $(q_1, q_2) = f(p_1, p_2)$.

Questão 3 (20 pontos)

Considere a função $f(x, y) = -x - 5y$ e a região

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x + 6y \leq 30, 3x + 2y \leq 12, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

- Esboce em um único desenho a região A e as curvas de nível de f .
- Encontre os máximos e mínimos de f em A .

Questão 4 (25 pontos)

Considere a curva $\gamma(t) = (\alpha(t), \beta(t))$, com $\gamma(0) = (1, 2)$, e a função $f(x, y) = x^3y^3 - xy$. Suponha que $\gamma'(0) \neq (0, 0)$ e que $f \circ \gamma(t) = 6$ para todo $t \in D_\gamma$. Determine:

- O gradiente de f em $(1, 2)$.
- A direção e sentido de maior **decréscimo** de f em $(1, 2)$.
- A derivada direcional de f com respeito ao vetor unitário de mesma direção e sentido de $\gamma'(0)$.
- A equação da reta tangente a γ em $\gamma(0) = (1, 2)$.