

Turma K1 - 25/09/2014

Questão	Pontos	Notas
1	20	
2	30	
3	30	
4	20	
Total	100	

Não é permitido sair da sala durante a prova nem usar calculadora.
 Respostas sem uma **justificava correta** não serão consideradas.

Nome: _____

Questão 1 (20 pontos)

Calcule os limites abaixo:

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (-1,0)} \frac{\sin(\tan(x^3 + y^2 + 1))}{\sin(x^3 + y^2 + 1)}.$

(b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^4}.$

Questão 2 (30 pontos)

Considere a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (a) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ para os casos $(x, y) = (0, 0)$ e $(x, y) \neq (0, 0)$ separadamente .
 (b) Decida se f é diferenciável em $(0, 0)$.

Questão 3 (30 pontos)

- (a) Determine a equação, na forma $z = ax + by + c$, do plano tangente ao gráfico de $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ no ponto $(3, 4, f(3, 4))$.
 (b) Calcule um valor aproximado para $\sqrt{(3.02)^2 + (3.97)^2}$.

Questão 4 (20 pontos)

Suponha que a função diferenciável $f(x, y)$ satisfaça $f(3t, t^3) = \arctan t$, para todo $t \in \mathbb{R}$.

- (a) Determine $f(3, 1)$.
 (b) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(3, 1)$ sabendo que $\frac{\partial f}{\partial y}(3, 1) = 2$.