Universidade Federal Fluminense

Departamento de Matemática Aplicada
1a VE de Cálculo II-B
Prof. Sérgio Almaraz - 31/10/2013

Nome:____

- **Não é permitido** sair da sala durante a prova nem usar calculadora.

- Respostas sem uma **justificava correta** não serão consideradas.

1) Considere a função

$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)\operatorname{sen}(\dfrac{1}{x^2+y^2}) & \text{se } (x,y) \neq (0,0)\,, \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0)\,. \end{cases}$$

(a) [1,0 pto] Calcule $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y)$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y)$ para os casos $(x,y) = (0,0)$ e $(x,y) \neq (0,0)$ separadamente.

(b) [1,0 pto] Verifique se $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ é contínua em $(0,0)$.

(c) [1,0 pto] Verifique se f é diferenciável em $(0,0)$.

2) Considere a função $f(x,y) = \sqrt{\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} - 1}$.

(a) [1,0 pto] Esboçe o domínio de f.

(c) [2,0 ptos] Esboçe o gráfico de f determinando sua interseção com os eixos coordenados.

3) Considere as funções $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ satisfazendo $F(x,y,z) = x^2 - y + z^2$, $f(1,2) = 1$, $\dfrac{\partial f}{\partial x}(1,2) = 3$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}(1,2) = 5$.

Seja S_1 o gráfico de f e seja S_2 a superfície de nível de F dada pela equação $F(x,y,z) = 0$.

(a) [1,0 pto] Determine a equação do plano tangente a S_1 no ponto $(1,2,1)$, na forma $ax + by + cz + d = 0$.

(b) [1,5 pto] Determine a equação paramétrica (na forma $r(t) = (a_1 + a_2t, b_1 + b_2t, c_1 + c_2t)$) da reta tangente a $S_1 \cap S_2$ no ponto $(1,2,1)$. (Sugestão: observe que essa reta é a interseção dos planos tangentes a S_1 e a S_2.)

4) Seja $w(x,y) = \int_x^y e^{t^2}\,dt$.

(a) [0,5 pto] Calcule $\dfrac{\partial w}{\partial x}(9,3)$ e $\dfrac{\partial w}{\partial y}(9,3)$.

(b) [1,0 pto] Sejam $x = x(r,s) = rs^2$ e $y = y(r,s) = r^2s$. Calcule $\dfrac{\partial}{\partial r}w(x,y)$ no ponto $(r = 1, s = 3)$.