

Nome _____

13/12/2011

Nota: _____

VS de CÁLCULO II-B
Turma G1 - Prof. Sérgio Almaraz

1ª questão (valor: 4,0)

Considere a função $f(x, y) = 4 - \sqrt{4x^2 + y^2}$ e o ponto $P_o = (2, 3)$.

- (a) Encontre as equações das curvas de nível k de f , para os seguintes valores $k = 0$, $k = 2$, $k = -4$ e a curva de nível de f que contém o ponto P_o .
- (b) Esboce o gráfico de f .
- (c) Encontre a equação da reta tangente à curva de nível de f que contém o ponto P_o , sendo tangente nesse mesmo ponto P_o .
- (d) Encontre a função afim $A(x, y)$ que dá um valor aproximado de $f(x, y)$ quando (x, y) está perto de P_o .
- (e) Encontre $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(P_o)$, se \vec{u} é o vetor que faz um ângulo de 120° com o vetor que aponta para a direção e sentido de maior crescimento de f , a partir de P_o .

2ª questão (valor: 1,5)

Considere a função $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + 4y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

- (a) A função f é contínua? justifique sua resposta.
- (b) Existe $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$? Existe $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$? justifique suas respostas.

3ª questão (valor: 2,5)

Sejam $f(r, t) = (r \cos t, r \sin t)$, $g(x, y)$ uma função diferenciável e $F(r, t) = g(f(r, t))$.

- (a) Se sabemos que $g'(0, 2) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ encontre $F'(2, \frac{\pi}{2})$.
- (b) Prove que para (r, t) perto de $(2, \frac{\pi}{2})$ a função $f(r, t)$ admite inversa f^{-1} definida na vizinhança do ponto $f(2, \frac{\pi}{2})$ e determine $(f^{-1})'(f(2, \frac{\pi}{2}))$.

4ª questão (valor: 2,0)

Seja $g(u, v)$ uma de classe C^1 satisfazendo $\frac{\partial g}{\partial u}(\frac{2}{3}, \frac{5}{2}) = 3$ e $\frac{\partial g}{\partial v}(\frac{2}{3}, \frac{5}{2}) = 2$.

- (a) Mostre que a equação $g(\frac{x}{y}, \frac{z}{x}) = 0$ define implicitamente uma função $z = z(x, y)$ para valores de (x, y) próximos de $(2, 3)$.
- (b) Calcule $\frac{\partial z}{\partial x}(2, 3)$.