



Departamento de Matemática Aplicada  
VR de Cálculo II-B  
Prof. Sérgio Almaraz - 06/12/2011

Nome: \_\_\_\_\_

- Essa prova vale 10 pontos, tem duração de 1h50min e **obrigatoriamente** substitui a nota de uma das VEs.
- **Não é permitido** sair da sala durante a prova nem usar calculadora.
- Respostas sem uma **justificava correta** não serão consideradas.
- A resposta final deve ser dada a **caneta**.
- As respostas não precisam ser dadas na ordem abaixo, mas cada resposta deve ser **numerada** de acordo com a questão correspondente.
- Sugerimos que as respostas, assim como todo o desenvolvimento, sejam feitos em folha(s) de papel **anexa(s)**.

1) [2,5 pts] Encontre os **máximos e mínimos** da função  $f(x, y) = x^2 + y^2$  no conjunto

$$\{(x, y); 5x^2 + 6xy + 5y^2 \leq 8\}.$$

2) [1,0 pto] Seja  $f(u, v)$  uma de classe  $C^1$  satisfazendo  $\frac{\partial f}{\partial v}(u, v) \neq 0$  para todo  $(u, v)$  e seja  $z = z(x, y)$  uma função definida **implicitamente** por  $f\left(\frac{x}{y}, \frac{z}{x}\right) = 0$ . Mostre que a equação

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$$

é satisfeita.

3) Considere a função

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right) & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

(a) [1,0 pto] Mostre que  $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0, 0) = 0$ .

(b) [1,0 pto] Mostre que  $\frac{\partial f}{\partial x}$  **não é contínua**.

(c) [1,0 pto] Mostre que  $f$  **é diferenciável**.

4) Considere a função  $F(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$ .

(a) [1,5 pto] **Esboce** a superfície de nível  $S$  dada por  $F(x, y, z) = 3$ .

(b) [0,5 pto] Determine a equação do **plano tangente** a  $S$  no ponto  $(0, 2, 1)$ , na forma  $ax + by + cz + d = 0$ .

5) [1,5 pto] Usando uma **função afim**, calcule aproximadamente o vetor  $(\sqrt{16.02} - \sqrt[3]{0.97}, \sqrt[4]{16.02})$ .