Departamento de Matemática Aplicada
2a VE de Cálculo II-B
Prof. Sérgio Almaraz - 29/11/2011

Nome:____

- A prova vale 10,5 pontos e tem duração de 1h50min.
- **Não é permitido** sair da sala durante a prova nem usar calculadora.
- Respostas sem uma **justificava correta** não serão consideradas.
- A resposta final deve ser dada a **caneta**.
- As respostas não precisam ser dadas na ordem abaixo, mas cada resposta deve ser **numerada** de acordo com a questão correspondente.
- Sugerimos que as respostas, assim como todo o desenvolvimento, sejam feitos em folha(s) de papel **anexa**(s) .

1) [3,0 ptos] Considere a função $f(x,y) = x^2 - y^2$.

(a) Determine os pontos críticos de f no aberto $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2\,;\; x^2 + 4y^2 < 4\}$ e classifique-os como máximo local, mínimo local ou ponto de sela.
(b) Determine os máximo e mínimos de f no compacto $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2\,;\; x^2 + 4y^2 \leq 4\}$.

2) [2,5 ptos] Considere a função $f(x,y) = (x - y^2, y - 1)$.

(a) Mostre que dado $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ existe um aberto $U \subset \mathbb{R}^2$ contendo (x,y) tal que f restrita a U admite uma inversa f^{-1}.
(b) Determine a matriz Jacobiana $D(f^{-1})$ no ponto $f(x,y)$.
(c) Determine $f^{-1}(1,2)$.
(d) Obtenha a função afim que melhor aproxima f^{-1} em uma vizinhança de $(1,2)$.

3) [2,5 ptos] A temperatura de uma chapa plana é dada pela função $T(x,y) = x^2 + y^2$. A partir do ponto $(3,4)$, determine:

(a) o gradiente da temperatura;
(b) a direção e o sentido em que a temperatura cresce mais rapidamente e a respectiva taxa de crescimento;
(c) a direção e o sentido em que a temperatura decresce mais rapidamente;
(d) a derivada direcional de T com relação a um vetor unitário u que faz um ângulo de 30° com o gradiente de T.

4) [2,5 ptos]

(a) Mostre que a equação $x^3 + y^3 + z^3 = x + y + z$ define implicitamente uma função $z = f(x,y)$ de classe C^1, cujo gráfico está em uma vizinhança do ponto $(1,1,0)$.
(b) Expresse $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ em termos de x, y e z.