



Departamento de Matemática Aplicada
1a VE de Cálculo II-B
Prof. Sérgio Almaraz - 06/10/2011

Nome: _____

- A prova vale 10 pontos e tem duração de 1h50min.
- **Não é permitido** sair da sala durante a prova nem usar calculadora.
- Respostas sem uma **justificava correta** não serão consideradas.
- A resposta final deve ser dada a **caneta**.
- As respostas não precisam ser dadas na ordem abaixo, mas cada resposta deve ser **numerada** de acordo com a questão correspondente.
- Sugerimos que as respostas, assim como todo o desenvolvimento, sejam feitos em folha(s) de papel **anexa(s)** .

1) [1,0 pts] Calcule $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} \frac{\text{sen}((x^2 - 1)y)}{x^2 - 1}$.

2) [2,0 pts] Seja $f(x, y)$ uma função diferenciável em $(0, 1)$ satisfazendo $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 1) = 3$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 1) = -1$. Considere a função $g(u, v) = f(u - v, u^2v)$. Calcule $\frac{\partial g}{\partial u}(1, 1)$.

3) [3,0 pts] Considere a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{\sqrt{x^4 + y^4}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

(a) Mostre que f é **contínua**. Sugestão: observe que $\frac{x^2}{\sqrt{x^4 + y^4}} = \sqrt{\frac{x^4}{x^4 + y^4}}$.

(b) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$.

(c) Mostre que f **não é diferenciável** em $(0, 0)$.

4) [4,0 pts] Considere a função $F(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$.

(a) **Esboce** a superfície de nível S dada por $F(x, y, z) = -4$.

(b) Determine a equação do plano tangente a S no ponto $P = (1, 2, 3)$, na forma $ax + by + cz + d = 0$.

(c) Considere a função $g(x, y)$ derivável em $(1, 2)$ e satisfazendo $g(1, 2) = 3$, $\frac{\partial g}{\partial x}(1, 2) = 1$ e $\frac{\partial g}{\partial y}(1, 2) = 0$. Determine a **equação paramétrica** (na forma $(a_1t + b_1, a_2t + b_2, a_3t + b_3)$, $t \in \mathbb{R}$) da reta tangente à **interseção** de S com o gráfico de g no ponto P .